

SISTEMA NACIONAL DE PROTECCIÓN CIVIL

CENTRO NACIONAL DE PREVENCIÓN DE DESASTRES

**ESTUDIO EXPERIMENTAL:
VIGAS DE CONCRETO SOMETIDAS A TORSIÓN**

José Antonio Díaz Pérez

Joel Aragón Cárdenas

Dirección de Investigación, Subdirección de Vulnerabilidad Estructural, CENAPRED

Febrero de 2020

CONTENIDO

CONTENIDO	III
INTRODUCCIÓN.....	4
OBJETIVOS.....	4
DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES	5
GEOMETRÍA Y VARIABLES DE ESTUDIO	5
ARMADOS.....	5
PROPIEDADES NOMINALES DE LOS MATERIALES	6
PREDICCIÓN DE RESISTENCIA Y RIGIDEZ	6
COMPORTAMIENTO A TORSIÓN DE UNA BARRA	6
Analogía de la membrana.....	8
Analogía del montón de arena.....	10
Resistencia a torsión de vigas de concreto	10
RESISTENCIA A FLEXIÓN	11
RESISTENCIA A CORTANTE	13
RESISTENCIA A TORSIÓN	14
Refuerzo transversal.....	15
Refuerzo longitudinal.....	16
Carga externa P que se espera en los especímenes	16
RIGIDEZ	16
INSTRUMENTACIÓN.....	18
APLICACIÓN DE CARGAS	20
MARCO DE CARGA.....	20
ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	25
MODELO 1 VIGA A CORTANTE (VT1).....	25
MODELO 2 VIGA A TORSIÓN (VT2)	31
CONCLUSIONES.....	36
REFERENCIAS	37

INTRODUCCIÓN

El uso de elementos estructurales alargados (tipo barra) es muy común en las obras de ingeniería como es el caso del uso de columnas (elemento vertical) o de vigas (elemento generalmente horizontal o poco inclinado). Un elemento barra o lineal es un cuerpo en que una de sus dimensiones es mucho mayor que las otras dos medidas ortogonalmente entre sí.

Dichos elementos están sometidos en la vida de la estructura a conjuntos de fuerzas externas que deben ser soportadas adecuadamente. Entre los elementos mecánicos (sistemas de fuerzas internas) al que se ven sometidos se encuentra la fuerza axial, las fuerzas cortantes, el momento flexionante y el momento torsional. Este último es el fenómeno a estudiar en esta investigación.

Las vigas de un edificio soportan esencialmente cargas gravitacionales verticales (perpendiculares a su eje) que generan momento flexionante y fuerza cortante; y, cuando trabajan en conjunto con las columnas formando marcos, reciben también cortantes y momentos flexionantes debidos a cargas laterales como las inducidas por vientos o sismo. En el caso de las columnas su función principal es recibir cargas axiales de compresión aunque siempre se generan momentos flexionantes y fuerzas cortantes con las acciones de diseño. En general, en una edificación formada por marcos en dos direcciones ortogonales, no se generan momentos torsionales importantes en columnas ni vigas, por lo que generalmente son ignorados en el diseño estructural.

Sin embargo, hay varios casos en que se puede identificar la aparición de momentos torsionales importantes que deben ser considerados en la modelación, análisis y diseño de dichos elementos.

El fenómeno de la torsión en barras se ha estudiado en la mecánica de materiales y teorías de las estructuras. Saint-Venant estudió en el siglo XIX la torsión en barras circulares desarrollando la teoría para su análisis, y a principios del siglo XX Prandtl estudió otras secciones como la sección rectangular y estableció la analogía de la función matemática que describe los esfuerzos con la geometría de una membrana elástica inflada sujeta a los bordes de la sección.

En el caso de elementos de concreto reforzado, la resistencia a fuerza cortante se considera proporcionada por un mecanismo conjunto entre el concreto y el acero de refuerzo transversal (estribos), y para resistir torsiones primeramente se hace trabajar al concreto y finalmente la resistencia se logra formándose una especie de armadura tridimensional donde las barras longitudinales del refuerzo toman el papel de cuerdas, los estribos como tensores y los tramos de concreto entre grietas como puntales.

Este documento es la propuesta técnica para el ensaye de dos vigas de concreto reforzado ensayadas a cortante y torsión. Las vigas están diseñadas para trabajar simplemente apoyadas y cuentan con estribos instrumentados a lo largo de su longitud para registrar su trabajo ante cortante y ante torsión.

OBJETIVOS

- Verificar experimentalmente el comportamiento de dos vigas de concreto reforzado con estribos como refuerzo trasversal.
- Comparar los resultados con la predicción teórica de resistencia y estudiar las deformaciones y giros por torsión antes y después del agrietamiento.

DESCRIPCIÓN DE LOS ESPECÍMENES

GEOMETRÍA Y VARIABLES DE ESTUDIO

Se consideraron vigas de concreto reforzado, con las siguientes variantes:

Secciones.- Dos modelos:

- Rectangular de 20×60 cm

Tipo de ensaye:

- Falla a cortante por flexión
- Falla a cortante por torsión y flexión combinadas.

Se decidió construir dos vigas con la misma sección y con las siguientes características:

- VT1 y VT2: sección rectangular de 20 cm de base por 60 cm de peralte (20×60 cm), reforzada con tres barras del No. 6 abajo y dos No. 6 arriba y estribos cada 20 cm.

En la Figura 1 se muestra la dimensión general de los especímenes.

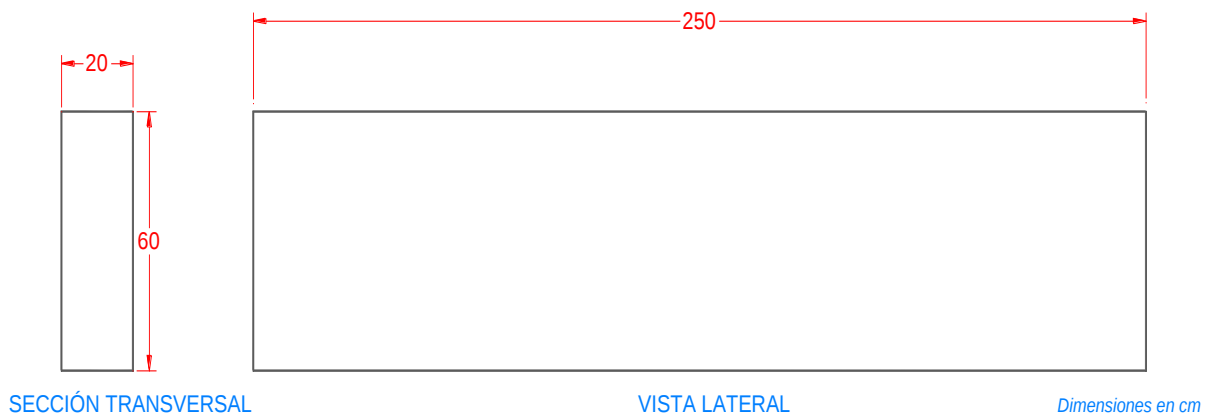


Figura 1 Dimensiones generales de los especímenes

ARMADOS

El armado de los especímenes VT1 y VT2 es el mismo para poder comparar el comportamiento ante carga sin y con torsión.

Las vigas VT1 y VT2, de 20×60 cm, están reforzadas con tres barras del No. 6 (1.9 mm o 3/4 de pulgada) en el lecho inferior y dos barras No. 6 en la parte superior.

El refuerzo transversal consiste en estribos cerrados de una pieza, de alambIÓN liso del No. 2 (6.3 mm o ¼ pulg) separadas cada 20 cm, salvo los tres centrales que se separan 15 cm. La nomenclatura es: 3#6 abajo + 2#6 arriba y E#2@20 cm.

En la Figura 2 y se muestra el armado de los especímenes.

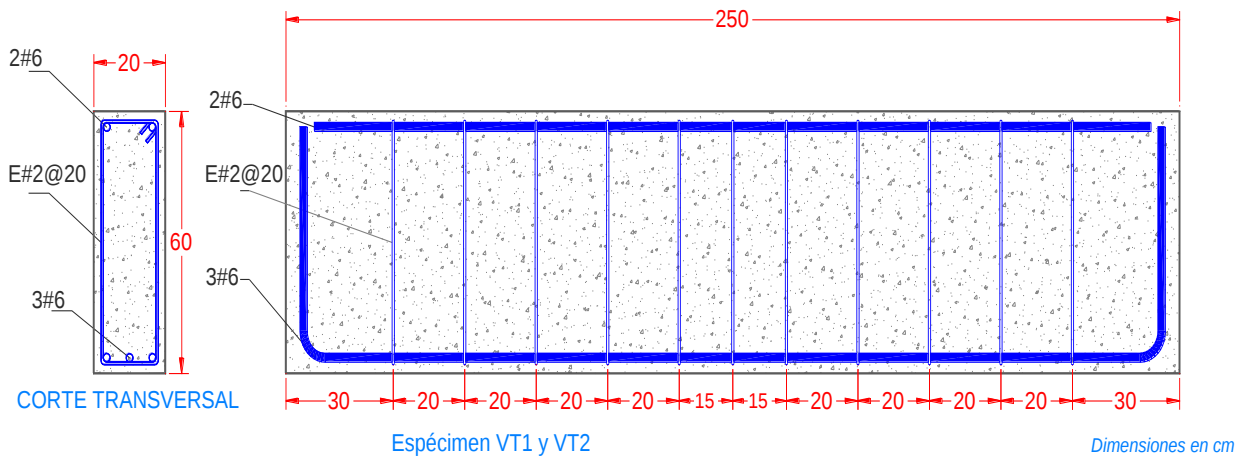


Figura 2 Armado de los especímenes

PROPIEDADES NOMINALES DE LOS MATERIALES

Las propiedades nominales de los materiales a usar son:

- * Concreto $f'_c = 25 \text{ MPa (250 kg/cm}^2\text{)}$
- * Acero longitudinal $f_y = 412 \text{ MPa (4200 kg/cm}^2\text{)}$
- * Acero transversal $f_y = 210 \text{ MPa (2100 kg/cm}^2\text{)}$

PREDICCIÓN DE RESISTENCIA Y RIGIDEZ

Para la planeación del ensaye, diseño del marco de carga, selección de los instrumentos y establecimiento de la historia de carga, es necesario contar de antemano con la mejor predicción posible del comportamiento: resistencia máxima, deformación cuando se generen los agrietamientos o fluencia y deformación máxima (giros, desplazamientos).

Para el cálculo de la resistencia de las vigas se revisó que el mecanismo de falla no fuera por flexión sino que se produjera por fuerza cortante o por cortante debido a la torsión.

COMPORTAMIENTO A TORSIÓN DE UNA BARRA

El fenómeno de la torsión en barras lo estudió Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant estudió en el siglo XIX la torsión en barras circulares desarrollando la teoría para su análisis.

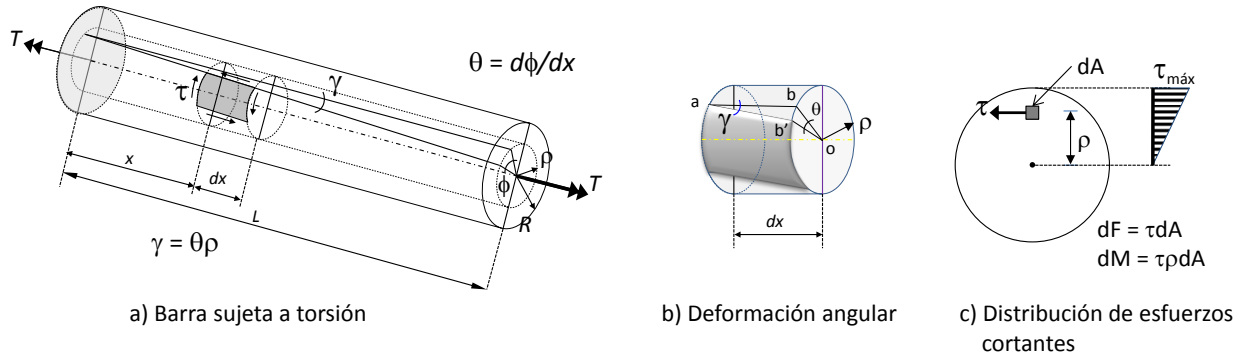


Figura 3 Torsión en una barra circular recta en torsión pura (Guzmán, 2008)

Se toma como punto de partida el giro de la barra circular recta de la Figura 3.a sujeta en el extremo izquierdo y sometida momento torsional T aplicado en el extremo derecho. El giro total ϕ en el extremo es debido a la acumulación de los giros unitarios constantes θ a lo largo de la barra por lo que el giro de cada sección varía linealmente con la longitud x . Los giros se medirán en radianes y estas hipótesis serán válidas para deformaciones pequeñas.

Si se analiza un tramo de longitud diferencial dx (Figura 3.b) donde la línea originalmente longitudinal a-b girará hacia la posición a-b' describiendo una espiral alrededor la barra, pero se asume que para pequeñas deformaciones el tramo se puede considerar recto. En este estado, sobre la sección transversal, la línea recta o-b gira un ángulo θ hasta quedar en la posición de o-b'.

El giro unitario θ se puede calcular como la variación de la rotación ϕ respecto a x para una distancia diferencial (que tiende a cero):

$$\theta = d\phi/dx \quad (1)$$

Con la recta a-b' se define la distorsión angular, γ , de un elemento diferencial rectangular sobre la superficie del cilindro para una circunferencia de radio ρ . Con esta distorsión se calcula el esfuerzo cortante, τ , que para un comportamiento elástico lineal mediante se obtiene con la relación del módulo de rigidez a cortante G .

$$G = \tau/\gamma \quad (2)$$

por lo que $\tau = G\gamma$. Dicha deformación angular y el esfuerzo cortante serán los mismos que en un elemento diferencial adyacente pero sobre el plano de la sección transversal (elemento dA en la Figura 3.c).

Ya que el ángulo γ varía linealmente con la distancia al centro de la sección ($\gamma = \theta\rho$), también el esfuerzo cortante τ tiene esa variación lineal, siendo nulo en el centro y máximo en el perímetro (Figura 3.c).

Para el cálculo del momento torsional de la sección en función de las deformaciones y sus esfuerzos se obtiene el momento como la integral del esfuerzo cortante τ , multiplicado por la diferencial de área sobre la sección (diferencial de fuerza $dF = \tau dA$), y por el brazo de palanca que corresponde su distancia al centro, ρ :

$$T = \int_A dF \rho = \int_A \tau dA \rho \quad (3)$$

Sustituyendo $\tau = G\gamma$, y ya que $\gamma = \theta\rho$:

$$T = \int_A G\theta\rho \cdot dA \cdot \rho = G\theta \int_A \rho^2 dA \quad (4)$$

Donde

$$J = \int_A \rho^2 dA \quad (5)$$

J es el momento polar de inercia de la sección circular.

Se obtiene:

$$T = G \cdot \theta \cdot J; \quad y \quad \theta = \frac{T}{GJ} \quad (6)$$

y sustituyendo $\theta = \tau/G\rho$ y despejando:

$$\tau = \frac{T}{J} \rho \quad (7)$$

En cuanto a la deformación de la barra, ésta se obtendrá integrando los giros a lo largo del elemento, donde puede haber una variación de momentos y de giros que puede ser constante (si el momento torsional se aplica en el extremo), variados linealmente (con momento torsional uniformemente distribuido) o con una distribución diferente. Así, en el caso estudiado el giro se obtendrá como:

$$\phi = \int_L \theta dx = \int_L \frac{T}{GJ} dx; \quad \phi = \frac{TL}{GJ} \quad (8)$$

El producto $G \cdot J$ será la rigidez de la sección que involucra una propiedad del material (G) y la geometría de la sección (J); la rigidez a torsión de la barra corresponderá al término $K_T = GJ/L$, con lo que $\phi = T/K_T$ y se podría estimar experimentalmente la rigidez torsional conociendo el momento T y el giro medido ϕ :

$$K_T = T/\phi \quad (9)$$

Analogía de la membrana

En 1853 Saint-Venant presentó su solución al problema de torsión elástica con alabeo debida a la torsión pura desarrollada en las secciones no circulares. En 1903 Ludwig Prandtl estudió el significado físico de las ecuaciones diferenciales que describen los esfuerzos por torsión y estableció la analogía de estas con la geometría de una membrana elástica inflada sujeta a los bordes de la sección en estudio.

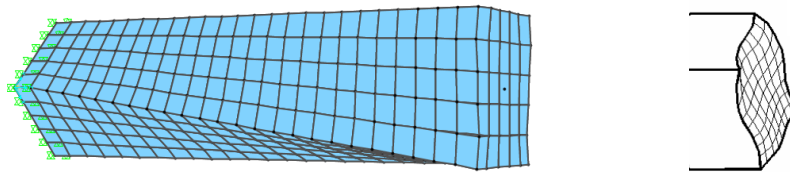


Figura 4 Torsión en una barra de sección rectangular y detalle del alabeo

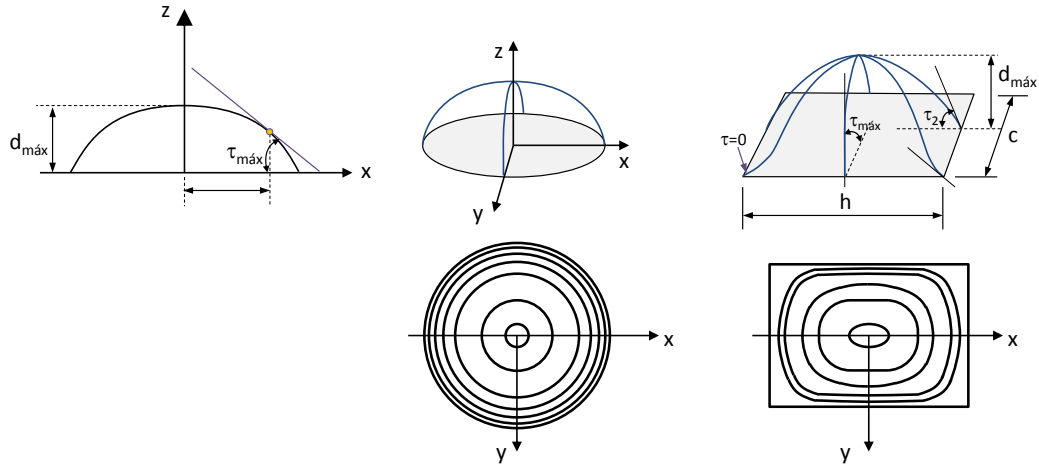


Figura 5 Analogía de la membrana en una sección circular o rectangular

Del estudio de funciones que representan el estado de esfuerzos en secciones rectangulares se estableció un ajuste numérico mediante factores para obtener los esfuerzos cortantes y la rigidez de la sección rectangular a torsión. El factor α se usa para estimar el esfuerzo cortante máximo que se presentará en la parte media del lado largo de la sección (Figura 6), y el factor β puede usarse para calcular la rigidez torsional para estimar un “momento polar equivalente” J_T , para la sección rectangular.

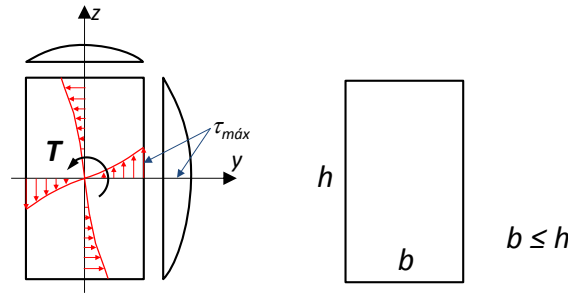


Figura 6 Distribución de esfuerzos cortantes por torsión en una sección rectangular

Estos factores están enlistados en la Tabla 1 en función de la relación de lado largo a corto h/b ; se puede interpolar entre valores intermedios. Note que para un elemento muy peraltado (donde h/b tiende a infinito) los valores de α y β tienden a $1/3$.

Tabla 1 Factores para el cálculo de secciones rectangulares

h/b	1.00	1.5	2.0	3.0	6.0	10.0	∞
α	0.208	0.231	0.246	0.267	0.299	0.3125	0.333
β	0.141	0.196	0.229	0.263	0.299	0.312	0.333

b, h son el lado corto y el lado largo de la sección, respectivamente, $b \leq h$

Para el cálculo de β se puede usar también en la ecuación siguiente:

$$\beta = \frac{1}{16} \left(\frac{16}{3} - \frac{3.36b}{h} \left(1 - \frac{b^4}{12h^4} \right) \right) \quad (10)$$

Con estos factores se puede calcular, para sección homogénea, en rango elástico:

$$\tau_{máx} = \frac{T}{\alpha h b^2} \quad (11)$$

$$J_T = \beta h b^3; \quad \phi = \frac{TL}{GJ_T} \quad (12)$$

Analogía del montón de arena

La teoría del “montón de arena” surge como una extensión del criterio de la analogía de la membrana y es válida para un material que presenta un comportamiento elasto-plástico, es decir, que los esfuerzos cortantes llegan al esfuerzo de fluencia, $\tau_{\text{máx}} = \tau_y$, y se mantienen con dicho valor para grandes deformaciones. En este caso la superficie tridimensional se cambia por una serie de planos que se intersectan formando conos o pirámides. Debido a que la pendiente de una línea tangente a la superficie tridimensional (gradiente) representa el esfuerzo cortante, en esta superficie la pendiente a todo lo largo de la línea estudiada será constante y proporcional a τ_y , por lo tanto se forma un plano inclinado. Los planos inclinados de cada borde recto se intersectan en forma de pirámide, o si el borde es curvo, como en el caso de un círculo, la superficie se formará como un cono.

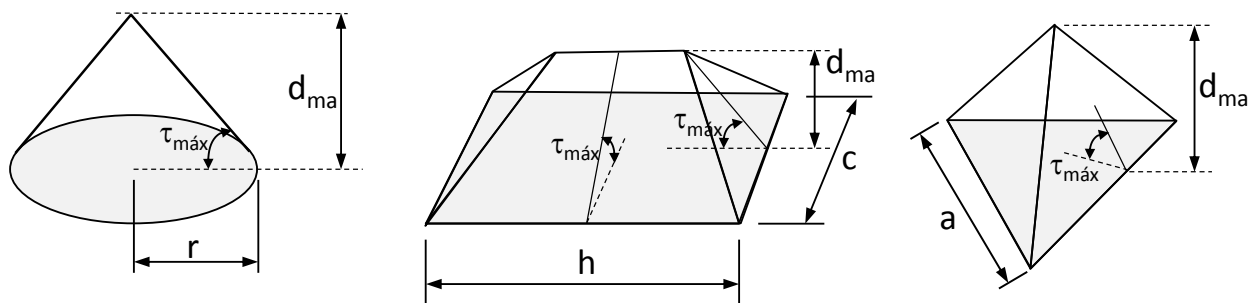


Figura 7 Analogía del montón de arena para varias secciones

La analogía plástica del montón de arena proporciona una mejor representación del comportamiento de los elementos frágiles tales como las vigas de concreto sujetas a torsión pura.

Resistencia a torsión de vigas de concreto

En el caso de vigas de concreto la falla ocurre súbitamente para valores pequeños del ángulo de giro; la falla de tipo frágil. En el mecanismo resistente la falla se inicia al formarse una grieta inclinada de tensión en una de las caras mayores de la viga que se prolonga y ensancha rápidamente extendiéndose a las caras menores de la viga. La falla ocurre finalmente por aplastamiento del concreto en la cara mayor opuesta (Guzmán y otros, 2008).

Antes del agrietamiento el comportamiento momento torsionante–giro es cercanamente al lineal en y los esfuerzos en el acero longitudinal y transversal son pequeños. Se llega al comportamiento inelástico cuando las primeras grietas de torsión se forman en una de las caras mayores. En este estado el momento torsionante de agrietamiento, T_{agr} , es igual o ligeramente mayor que el momento resistente de un elemento de concreto simple. Después de agrietado el giro aumenta rápidamente bajo un momento constante y los esfuerzos en el refuerzo longitudinal y transversal aumentan rápidamente (Guzmán y otros, 2008).

Por más de 70 años el análisis de la torsión de miembros de concreto se ha basado en:

1. Teoría clásica de la elasticidad, desarrollada a través de las fórmulas matemáticas en conjunto con la analogía de la membrana (Saint-Venant y Prandtl).

2. Teoría de la plasticidad representada por la analogía del montón de arena (Nadai). Ambas teorías se aplicaron principalmente al estado de torsión pura. Casi todos los desarrollos en torsión para concreto simple y reforzado han tomado la dirección de la teoría de la plasticidad.

A fin de estudiar la contribución de las varillas longitudinales y transversales se deberá analizar el sistema de fuerzas que actúa en las secciones transversales alabeadas del elemento estructural en el estado límite de falla. En la actualidad se aceptan básicamente dos aproximaciones:

La teoría de la flexión asimétrica la cual se basa en la aproximación de la distribución plana de deformaciones de las secciones transversales sujetas a flexión y torsión.

1. Teoría de la flexión asimétrica la cual se basa en la aproximación de la distribución plana de deformaciones de las secciones transversales sujetas a flexión y torsión; y
2. Teoría de la analogía de la armadura y su extensión como teoría en el campo de compresión. Aplica a los estribos de torsión una analogía de la armadura modificada, comparable a la utilizada para el diseño de estribos y cortante.

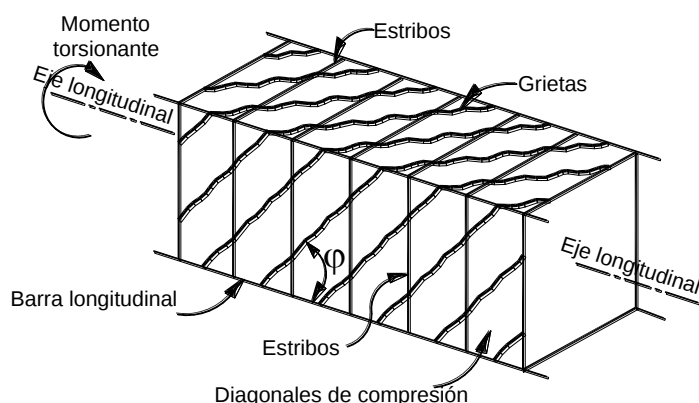


Figura 8 Analogía de la armadura espacial, en torsión pura, NTCC (GDF, 2017)

RESISTENCIA A FLEXIÓN

Para lograr el objetivo de este estudio de obtener un mecanismo de falla por torsión fue necesario revisar y evitar una posible falla por flexión. Para esto se hizo el cálculo y se propusieron las cuantías de refuerzo longitudinal descritas en la sección anterior. El análisis de la viga se realizó asumiendo un arreglo de carga de una viga simplemente apoyada (en el plano de carga) con carga vertical al centro como se muestra en la Figura 9.

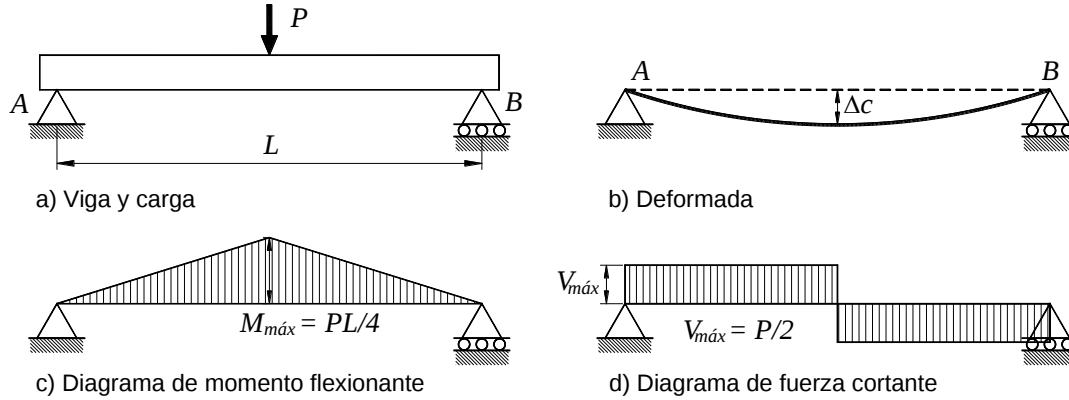


Figura 9 *Viga simplemente apoyada considerada para el ensaye*

El cálculo de la resistencia teórica se realizó con las normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto (NTCC) del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (GDF, 2017).

Un cálculo simple de la resistencia a la flexión se puede realizar despreciando el refuerzo del lecho superior que trabajará a compresión (refuerzo negativo) y calculando la resistencia a flexión como viga simplemente reforzada con el acero en la parte inferior (refuerzo positivo):

$$a = \frac{A_s f_y}{b f_c''}; \quad y \quad M_R = F_R A_s f_y (d - 0.5a) \quad (13)$$

donde

F_R es el factor de resistencia y que para fines de este estudio se tomará como la unidad $F_R = 1$;

A_s es el área de acero en el lecho inferior de la viga;

b es el ancho de la sección de concreto;

d es el peralte efectivo de la sección (distancia del centroide del acero a tensión hasta la fibra externa a compresión);

f_y es el esfuerzo especificado de fluencia del acero;

f_c'' es la resistencia del bloque de esfuerzos a compresión, para lo cual $f_c'' = 0.85 f_c'$ (GDF, 2017); y

L es el claro de la viga que será $L=2$ m.

Tomando en cuenta la geometría de los especímenes, y las propiedades nominales $f_y = 4200$ kg/cm², $f_c' = 250$ kg/cm², y por tanto $f_c'' = 200$ kg/cm² tenemos los resultados de la Tabla 2. Si la sección llegara a su resistencia con momento M_R , la carga vertical valdría $P_{MR} = 4M_R/L$ y la fuerza cortante $V_{MR} = P_{MR}/2$. El cortante asociado al momento resistente suponiendo una carga puntual concentrada en el centro de la viga se muestra en la columna marcada como V_{MR} .

Tabla 2 *Resistencias nominales a flexión como sección simplemente reforzada*

Espécimen	Armado positivo	A_s cm ²	b cm	h cm	d cm	p	a cm	M_R , simple t-m	P_{MR} , simple t	V_{MR} , simple t
VT1	3#6	8.55	20	60	55.72	0.0077	8.98	18.40	36.79	18.40
VT2	3#6	8.55	20	60	55.72	0.0077	8.98	18.40	36.79	18.40

p es la cuantía de refuerzo a tensión $p = A_s/bd$

Para este cálculo más refinado se calculó el diagrama momento-curvatura para obtener el momento resistente de falla. Para este cálculo se procedió a hacer un análisis discretizando el concreto en fibras, tomando en cuenta todas las barras de acero de la sección crítica, tanto a tensión como a compresión, y usando un modelo del comportamiento del acero elasto-plástico perfecto. Con estas consideraciones se construyeron los diagramas momento-curvatura mostrados en la Figura 10.

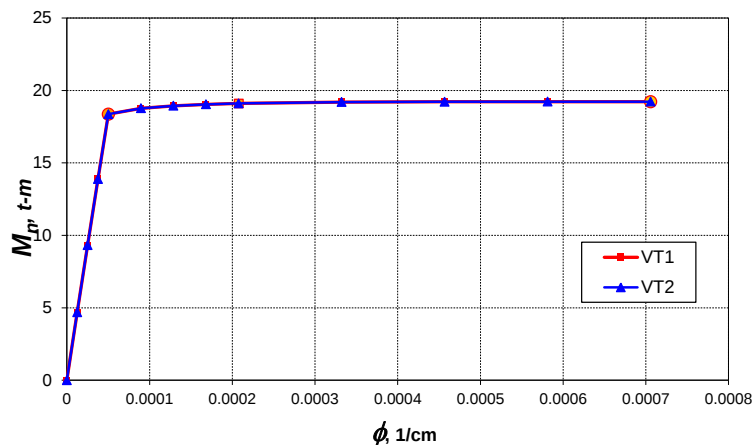


Figura 10 Diagramas momento-curvatura de la sección transversal de las vigas

En la Tabla 3 se dan los parámetros principales del cálculo de diagramas momento-curvatura mostrados en la figura anterior. En dicha tabla M_y es el momento de fluencia (cuando la primera barra a tensión alcanza el esfuerzo de fluencia), M_p es el momento plástico, es decir, el máximo momento flexionante desarrollado cuando el concreto se aplasta a compresión. Los valores de M_y y de M_p son puntos pertenecientes a las curvas de la Figura 10. El cortante asociado al momento máximo se calculó como: $V_{Mp} = 2M_p/L$.

Tabla 3 Resistencias nominales a flexión de los especímenes

Especímen	Armado	M_y t·m	M_p t·m	P_{Mp} t	V_{Mp} t
VT1	3#6 + 2#6	18.4	19.2	38.5	19.2
VT2	3#6 + 2#6	18.4	19.2	38.5	19.2

RESISTENCIA A CORTANTE

La resistencia a cortante por tensión diagonal se calcula tomando en cuenta los criterios de las NTCC, 2017.

Cuando la cuantía de acero a tensión $p=A_s/bd$ es menor que 0.015 la fuerza cortante que toma el concreto se puede calcular como:

$$V_{cR} = F_R(0.2+20p)\sqrt{f'_c} b \cdot d \quad (14)$$

En el caso de las vigas VT1 y VT2 se tiene:

$$V_{cR} = (1)(0.2+20 \times 0.0077)\sqrt{250}(20)(55.72)/1000 = 6.23 \text{ t}$$

La contribución del acero de refuerzo se aplica usando la ec:

$$V_{sR} = F_R A_v f_y d / s \quad (15)$$

donde A_v es el área de las ramas del refuerzo transversal (estribos) comprendido en una distancia s (caso en que los estribos son normales al eje de la viga, $\theta=90^\circ$).

En el caso de las vigas VT1 y VT2, con $s = 20$ cm, $A_v = 2 \times 0.32$ cm²:

$$V_{sR} = (1 \times 0.64 \times 2100 \times 55.72 / 20) / 1000 = 3.74 \text{ t}$$

Por lo tanto la resistencia a cortante será: $V_R = V_{cR} + V_{sR} = 9.97 \text{ t}$

Cabe hacer notar que esta resistencia a cortante implicaría una carga puntual de $P_{VR} = 2V_R$ y un momento flexionante de:

$$M_{VR} = V_R L/2 = 9.97 (2)/4 = 4.99 \text{ t}\cdot\text{m}$$

Que es menor que los momentos previstos en la Tabla 2; por tanto rige la falla por cortante, si bien podría presentarse algún agrietamiento por flexión previamente a ésta.

En la Tabla 5 se muestran los resultados del cálculo de la resistencia a cortante.

Tabla 4 Resistencias nominales cortante de los especímenes

Espécimen	Armado longitudinal	Armado transversal	V_{cR} t	V_R t
VT1	3#6 + 2#6	E#2@20	6.23	9.97
VT2	3#6 + 2#6	E#2@20	6.23	9.97

RESISTENCIA A TORSIÓN

Se puede calcular con los criterios de la sección 5.4 de las NTCC (GDF, 2017), aplicable a tramos sujetos a torsión cuya longitud no sea menor que el doble del peralte total del miembro. En elementos en que la resistencia a la torsión se requiere para mantener el equilibrio se usará el momento torsional último tomado como el del análisis por el factor de carga (Figura 11).

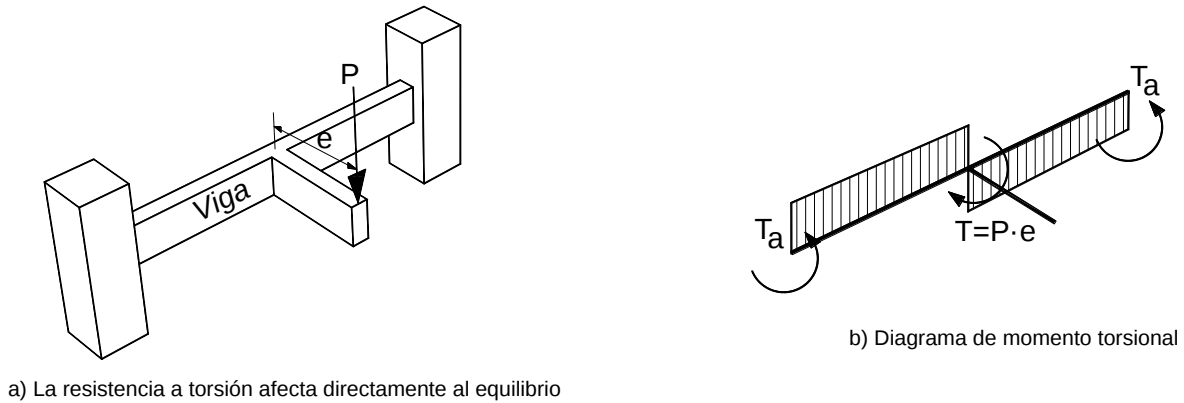


Figura 11 Viga en que la falla por torsión afecta al equilibrio y diagrama de momentos

El análisis estructural se realiza con las teorías de la mecánica de materiales. En la Figura 11.b, se muestra el diagrama de momentos torsionales de la viga donde el momento torsional actuante en cada mitad de la viga será $T_a = \frac{1}{2} P \cdot e$, siendo e (excentricidad) la distancia del punto de aplicación de carga al eje de la viga.

El momento torsional de diseño se obtendrá en este caso multiplicando el momento actuante por el factor de carga; para este caso se manejará como unitario $F_C = 1$, y $T_u = F_C T_a = \frac{1}{2} P \cdot e$.

Se requerirá también el valor del cortante último, por lo que en este caso valdrá: $V_u = F_C P/2$.

Según las NTCC se puede despreciar la torsión si se cumple la ecuación 5.4.5 de las mismas que es:

$$T_u < 0.27 F_R \sqrt{f_c'} \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \quad (16)$$

donde A_{cp} es el área de la viga y p_{cp} el perímetro. Las dimensiones de la sección maciza deben ser tales que se cumpla la ecuación 5.4.9 de las NTCC:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b'd}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \frac{V_{cR}}{b'd} + 2F_R \sqrt{f_c'} \quad (17)$$

donde:

p_h perímetro del estribo de refuerzo por torsión más alejado, medido en su eje;

A_{oh} área comprendida por p_h ; y

F_R Factor de reducción que para torsión vale 0.75 pero en estos ensayos se tomará como 1.0.

Sin embargo, el momento torsional resistente depende también de la fuerza cortante $V_u = P/2$. Poniendo la ecuación 17 en términos de la carga externa P desplazada una distancia e (ver Figura 11), se puede reescribir como sigue:

$$\sqrt{\left(\frac{P/2}{b'd}\right)^2 + \left(\frac{\frac{1}{2} P \cdot e p_h}{1.7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \frac{V_{cR}}{b'd} + 2F_R \sqrt{f_c'} \quad (18)$$

por lo que la carga externa P aparece en dos términos de la ecuación. Es posible despejar P o bien se puede proceder por iteraciones hasta que se cumpla desigualdad. Considerando que la resistencia a torsión T_R se iguala a la torsión última $T_R = T_u$ y despejando de la ecuación (17) se obtiene que:

$$T_R = \frac{1.7 A_{oh}^2}{p_h} \sqrt{\left(\frac{V_{cR}}{b'd} + 2F_R \sqrt{f_c'}\right)^2 - \left(\frac{V_u}{b'd}\right)^2} \quad (19)$$

Refuerzo transversal

Las NTCC pide que el área de estribos cerrados adicionales a los de cortante, y considerando el ángulo de los puntales de compresión de $\phi=45^\circ$, sea de:

$$A_t = \frac{T_u s}{F_R 2 A_0 f_{yv}} \quad (20)$$

donde:

A_t área de una rama de estribo que resiste torsión, colocado a una separación s ;

$A_0 = 0.85 A_{oh}$ área bruta encerrada por el flujo de cortante, $f_{yv} \leq 4200 \text{ kg/cm}^2$; y

$s \leq p_h/8 \leq 30 \text{ cm}$ separación de estribos para tomar la torsión.

Los estribos por torsión se suministrará en una distancia $(h+b)$, más allá del punto teórico en que ya no se requiere.

Según las NTCC el área de refuerzo transversal mínimo, A_t , adicional al de cortante, A_v , debe cumplir:

$$A_v + 2A_t = 0.3\sqrt{f_c'} \frac{bs}{f_{yv}} \geq \frac{3.5bs}{f_{yv}} \quad (21)$$

Refuerzo longitudinal

Las NTCC piden colocar barras longitudinales adicionales a las de flexión, con esfuerzo de fluencia f_y , y tomando $\phi=45^\circ$, tal que se tenga un área:

$$A_{st} = \frac{A_t}{s} p_h \frac{f_{yv}}{f_y} \quad (22)$$

Las NTCC piden un área de refuerzo longitudinal mínima, A_{st} , de:

$$A_{st,min} = \frac{1.3\sqrt{f_c'} A_{cp}}{f_y} - \frac{A_t}{s} p_h \frac{f_{yv}}{f_y} \quad (23)$$

donde $A_t/s \geq 1.75b / f_{yv}$.

El diámetro mínimo del refuerzo para tomar torsión será $d_b \geq 1.27$ cm (del #4), y tendrá una separación máxima de 30 cm.

Carga externa P que se espera en los especímenes

La secuencia de diseño por torsión que establecen las NTCC implica estimar primero si la sección cumple con la geometría para tomar la combinación de fuerza cortante V_u y de torsión T_u , y luego calcula el acero adicional para torsión como estribos y barras longitudinales.

Sin embargo, para el diseño del ensaye es necesario encontrar la fuerza externa P que se predice que llegará a tomar cada viga. La relación de V_u , T_u y P ya está establecida para el sistema de carga ($T_u = \frac{1}{2}P \cdot e$, $V_u = P/2$), y el área de estribos y de refuerzo longitudinal ya está dada.

Por lo tanto, encontrar la fuerza P que se espera soportar se puede plantear como una revisión iterativa proponiendo valores de P y e y revisando hasta dónde se cumplen todas las condiciones y, cuando la primera condición no se cumpla se estará en el límite del diseño aceptado por las NTCC.

Usando las fórmulas anteriores y tomando como datos fijos la sección, la resistencia a compresión $f_c' = 250$ kg/cm², esfuerzo de fluencia $f_y = 4200$ kg/cm² y $f_{yv} = 2100$ kg/cm² y la cuantía y disposición del refuerzo, se presenta en la Tabla 5 la carga esperada para la falla.

Tabla 5 Resistencias teóricas

Espé- cimen	Armado	s cm	$A_v + 2A_t$ cm ²	P t	e cm	V_u t	T_u t·m	Requisito crítico
VT1	3#6+2#6 E#2	20	0.64	19.94	0	9.97	0	A_v para cortante
VT2	3#6+2#6 E#2	20	0.64	4.41	20	2.20	0.44	A_t para torsión

Dado el nivel de fuerzas que se debe aplicar se concluye que puede ser usado un gato hidráulico de 50 t para todas las cargas.

RIGIDEZ

Considerando que los apoyos no permitirán la rotación alrededor del eje de las vigas, se hace una estimación de las deformaciones en la etapa elástica de las vigas a torsión. La deformación teórica en el rango elástico se puede calcular con las fórmulas conocidas de la Mecánica de Materiales para el caso de una viga empotrada en sus extremos con un momento torsional al centro provocado por una carga vertical

puntual. Suponiendo solo la mitad de la viga como una viga en voladizo empotrada en su extremo, de longitud $L/2$ y con un momento torsional $T=P\cdot e/2$, la rotación al centro, ϕ_c , se calcula como:

$$\phi_c = \frac{TL/2}{GJ_T} = \frac{P\cdot e\cdot L}{4GJ_T} = \frac{P\cdot e}{2K_T} \quad (24)$$

Se calculó la rigidez torsional con la fórmula $K_T = 2GJ_T/L$ para este caso en que se puede analizar media viga para llegar a su rotación máxima al centro.

Tomando $E_c = 8000\sqrt{f'_c}=126,491 \text{ kg/cm}^2$, y $G=E/(2(1+\nu))$ para $\nu=0.2$, $G=52,705 \text{ kg/cm}^2$, La rotación se estima entonces en el rango elástico y se anota en la Tabla 6.

Tabla 6 Rigidez teórica

Espé- cimen	b cm	h cm	J_T cm^4	P t	T_u $t\cdot m$	K_T cm^4	ϕ_c <i>rad</i>	ϕ_c <i>grad</i>
VT1	20	60	126434.6	19.94	0	66,636,868	0	0
VT2	20	60	126434.6	4.41	0.44	66,636,868	0.000661	0.03788

Cabe hacer notar que probablemente no se cumpla la hipótesis de empotramiento perfecto en los extremos con lo que el resultado medido directamente puede variar, pero se medirá cualquier rotación en los apoyos para restarla a la rotación al centro y contar con el giro relativo. Adicionalmente se deberá rehacer el cálculo al conocer las propiedades experimentales del concreto usado en la construcción de los modelos.

INSTRUMENTACIÓN

En la Figura 12 se muestra el arreglo de instrumentos colocados internamente en los especímenes.

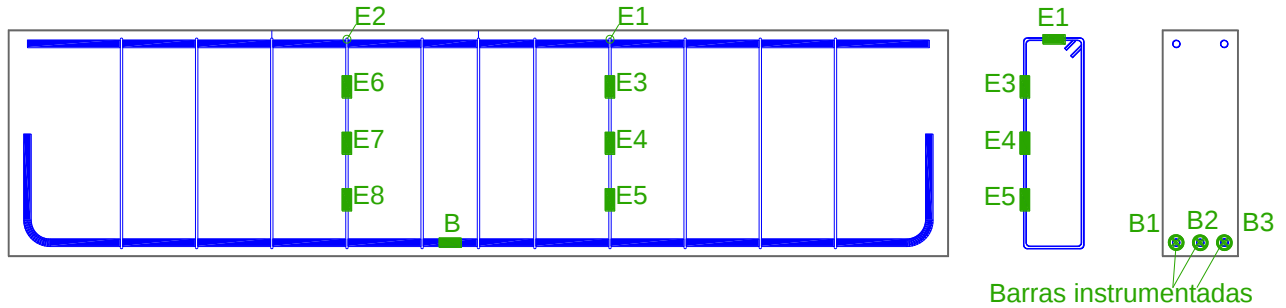
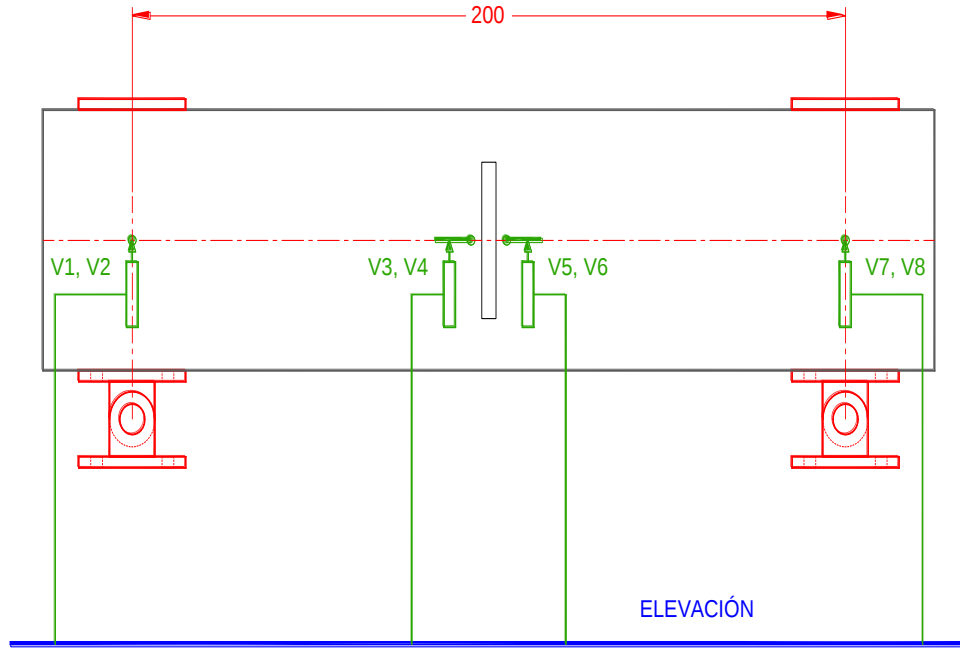
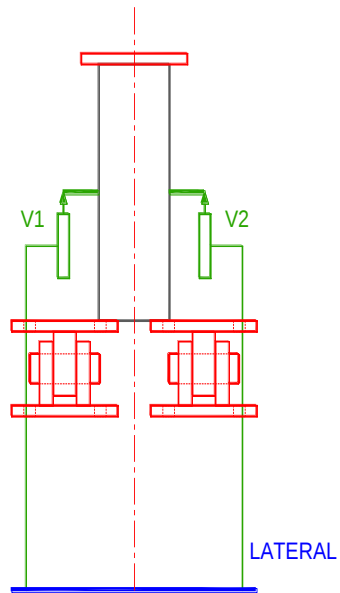


Figura 12 Instrumentación interna de los especímenes

Para la instrumentación externa se colocarán medidores de desplazamiento vertical a la altura del eje de las vigas, por ambos lados de estas. En la Figura 13 se muestra el arreglo de la instrumentación externa.



a) Posición de los deformímetros



b) Medidores en los apoyos

Figura 13 Instrumentación externa en modelos

APLICACIÓN DE CARGAS

MARCO DE CARGA

Las cargas se aplicarán mediante un gato hidráulico de capacidad de 50 t reaccionando contra el piso del laboratorio. La posición de las vigas será al revés (de cabeza), es decir con el armado para flexión (3#6) en la parte de arriba. La decisión de ensayar así fue para facilitar el montaje y ensaye.

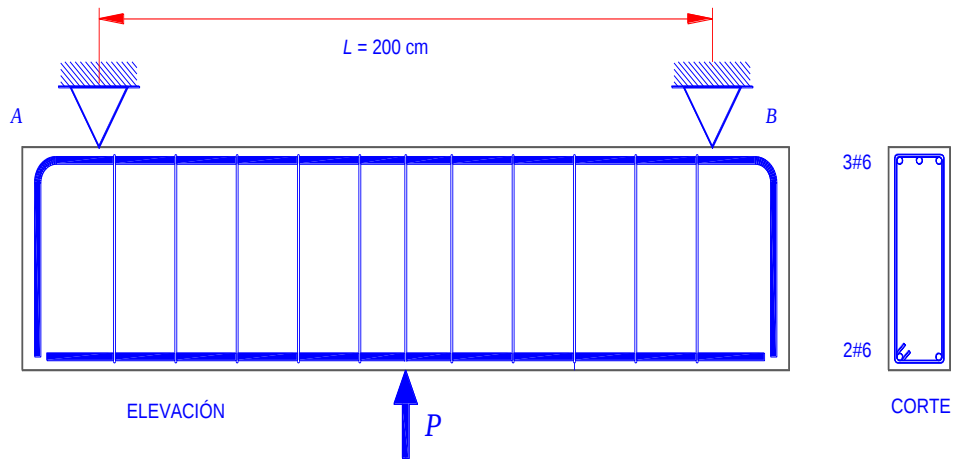


Figura 14 Posición esquemática del ensaye mostrando el armado

Los apoyos se resolverán con rótulas o articulaciones en una sola dirección, sujetas a la losa de reacción. En la Figura 15 se presenta el marco de carga.

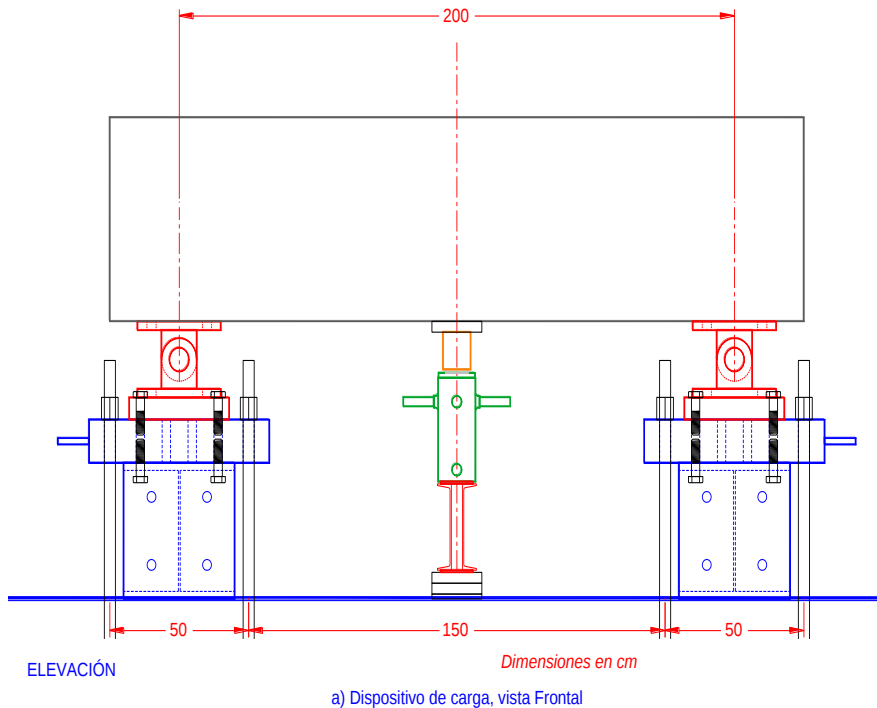


Figura 15 Dispositivo de aplicación de carga, apoyos para viga VT1

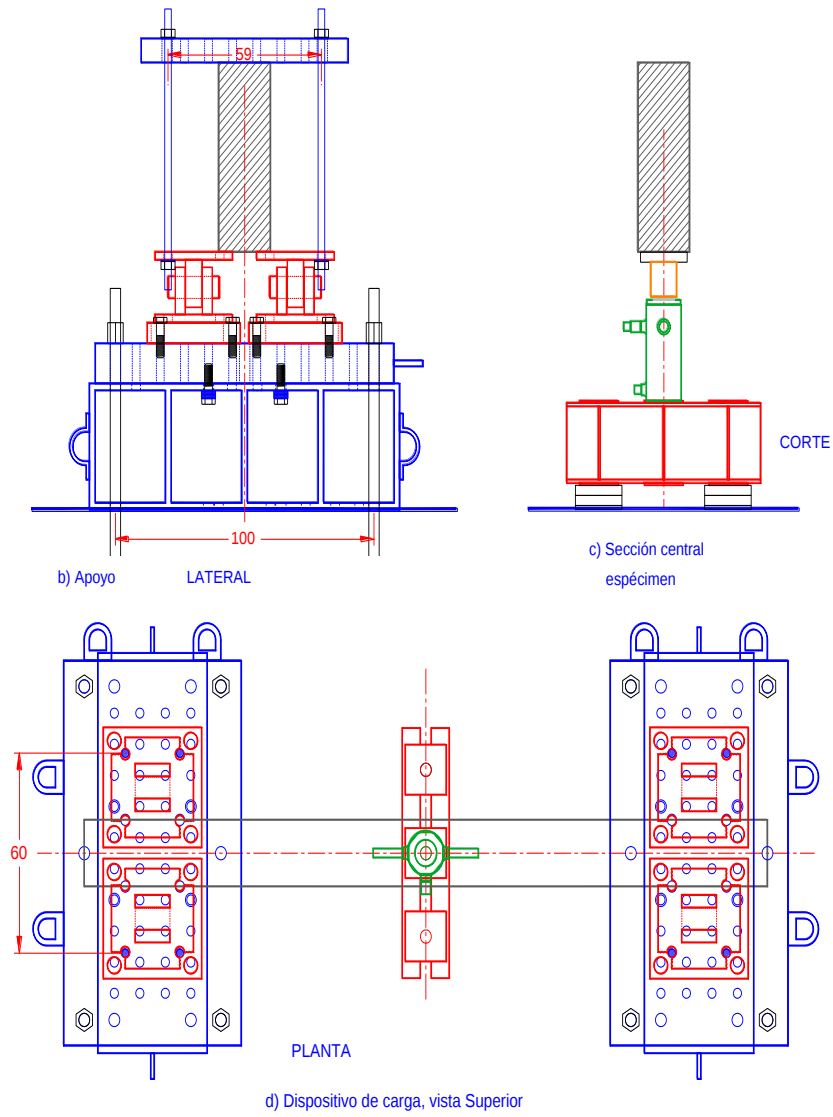


Figura 15 (cont.) Dispositivo de aplicación de carga, viga VT1

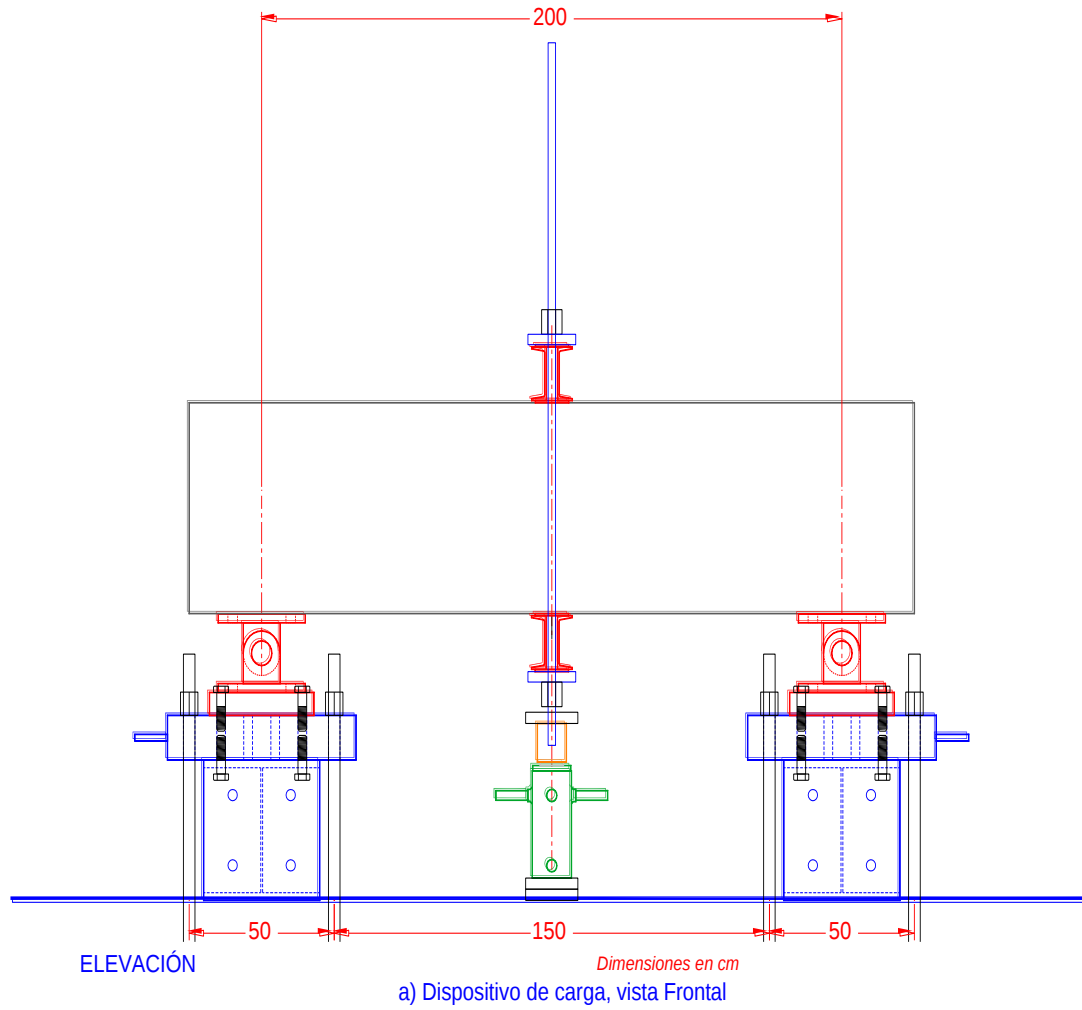


Figura 16 Dispositivo de aplicación de carga, viga VT2

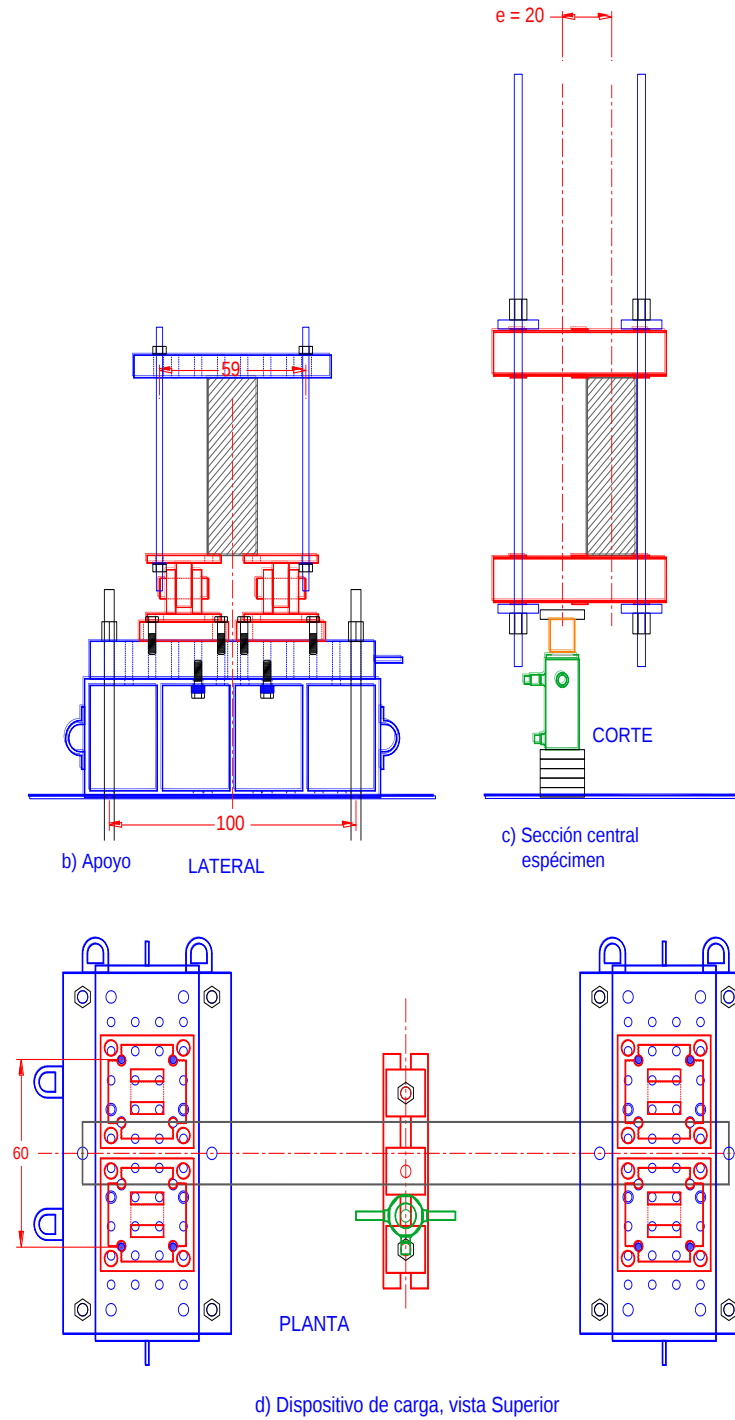


Figura 17 Dispositivo de aplicación de carga, viga VT2

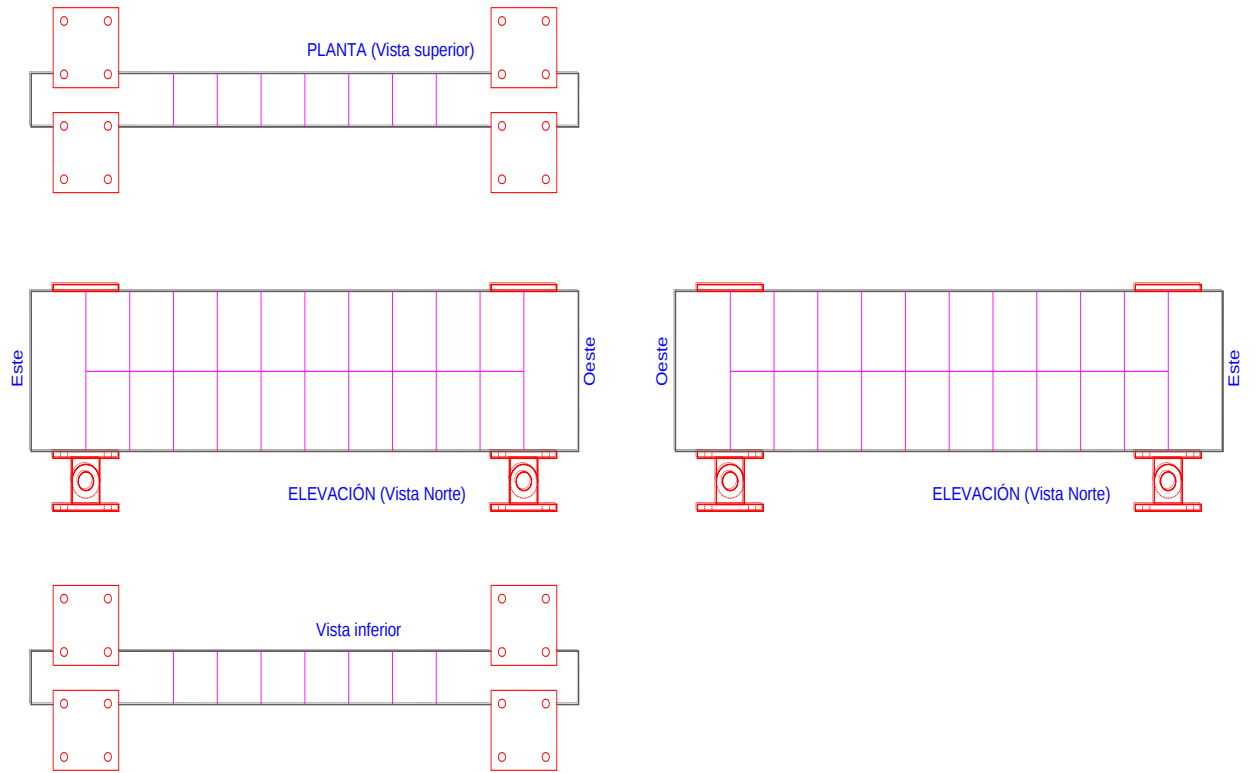


Figura 18 Cuadrícula para ubicar agrietamientos

ANALISIS DE RESULTADOS

MODELO 1 VIGA A CORTANTE (VT1)



Figura 19 *Viga a torsión (VT1)*

Se trata de una viga de sección rectangular simplemente apoyada sobre articulaciones tipo rótula con una carga concentrada al centro a través de un gato hidráulico con capacidad de 50 ton. reaccionando contra el piso del laboratorio (Figura 19).

Se dio inicio la prueba aplicando carga al centro de claro como anteriormente se explicó en el apartado de Aplicación de Cargas. Las deformaciones y rotaciones se obtuvieron del procesamiento de datos y apoyados del diagrama de cuerpo libre mostrado en la Figura 20.

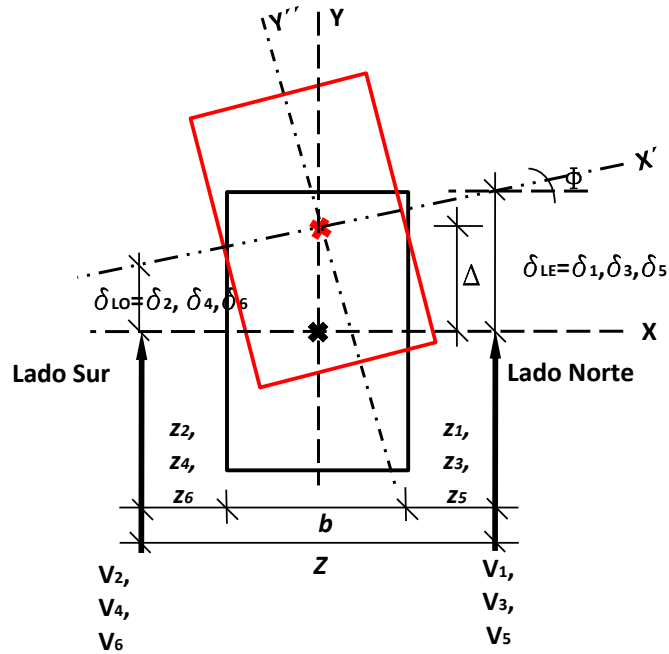


Figura 20 Diagrama de cuerpo libre de la sección transversal del espécimen VT1

$$\Delta = \frac{\delta_{LE} + \delta_{LO}}{2}$$

$$\Phi = \tan^{-1} \left(\frac{\delta_{LE} - \delta_{LO}}{Z} \right)$$

En donde:

Δ =traslación

Φ =rotación

δ_{LE} =desplazamiento lado este

δ_{LO} =desplazamiento lado oeste

E.N.=eje neutro

T_{LE} =instrumento o transductor de lado este

T_{LO} =instrumento o transductor de lado oeste

b =ancho de la viga

Z_{LE} =distancia del eje del vástago del T_{LE} al paño de la viga

Z_{LO} =distancia del eje del vástago del T_{LO} al paño de la viga

$Z = b + Z_{LE} + Z_{LO}$

La carga en donde apareció el primer agrietamiento a cortante fue de 16.6 ton y de fluencia de 33.06 ton, el cual se tomó cuando alguno de los deformímetros colocados en las barras inferiores tuvo una deformación unitaria correspondiente a la fluencia del acero. La carga máxima fue de 45.51 ton con una deformación de 6.41 mm. Los resultados se resumen en la siguiente tabla. La Figura 21 muestra la curva carga-desplazamiento del espécimen en donde se observa gráficamente el comportamiento que tuvo la viga durante la aplicación de la carga.

Tabla 7 Cargas y desplazamientos experimentales de espécimen VT1

Carga t	Desplazamiento mm		
	P_{agr}	Δ_{agr}	$\Delta_{máx}$
	16.6	1.03	
	P_{fy} 33.06	1.365	
	$P_{máx}$ 45.51		6.41

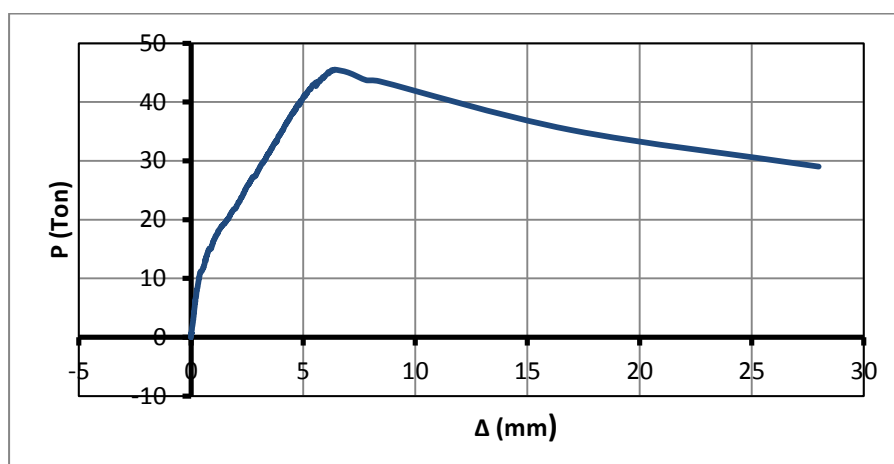


Figura 21 Gráfica Carga-Desplazamiento Modelo VT1

En la Figura 22 se muestra el patrón de agrietamiento siendo las grietas marcadas en color rojo verticales por flexión, que se originaron en la parte superior y las de cortante en diagonal. Como se puede ver, las de grietas de cortante finalmente representaron el mecanismo de falla del elemento de concreto, mecanismo que es el que se pretendía cumplir.

El número asociado a cada grieta representa el número de paso en la prueba y está asociado a un valor de carga y de desplazamiento. En lo subsecuente, se le llamara paso al número asignado dentro del ciclo de la prueba de ensaye de la viga de concreto reforzado y que aparece de color rojo en las fotografías junto a una grieta vertical o diagonal. Hasta antes de la falla, el tamaño de la grieta en diagonal en el lado este, alcanzó un tamaño de 0.8 mm y del lado oeste de 0.85 mm.



Figura 22 Patrón de agrietamiento por flexión y cortante en modelo de viga a cortante (VT1)

En la Figura 23 se observa el comportamiento de la viga de concreto ante el giro debido a la aplicación de la carga y a la rigidez en los extremos o apoyos. Cuando se aplicó la carga máxima de 45.51 ton, la viga tuvo una rotación fuera de su plano de 0.15° , lo que comprueba que la viga trabajó a cortante puro ya que se desprecian las rotaciones al ser estas mínimas, mecanismo que se esperaba de este espécimen. En la Tabla 8 se muestran los valores de rotación en el primer agrietamiento a cortante, en la fluencia y en la carga máxima.

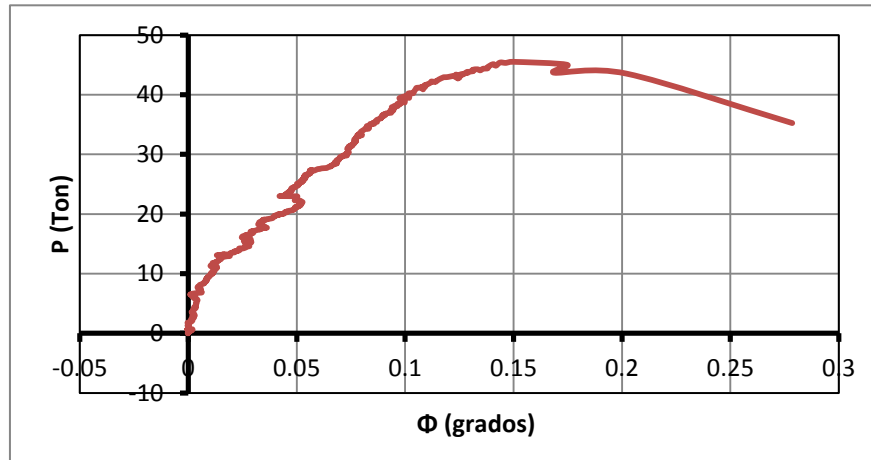


Figura 23 Gráfica Carga-Rotación VT1

Tabla 8 Cargas y rotaciones experimentales de espécimen VT1

Carga t	Rotación °		
	P_{agr}	Φ_{agr}	$\Phi_{máx}$
P_{agr}	16.6	0.028	
P_{fy}	33.06	0.078	
$P_{máx}$	45.51		0.15

En la gráfica de la Figura 24 inciso a) se observan tres líneas de distinto color que representan la deformación unitaria μ del refuerzo longitudinal a tensión de la viga, como se puede observar las tres barras tuvieron el mismo comportamiento llegando un valor de 2000 aproximadamente a las 30 toneladas, valor que es el indicativo de la fluencia de las barras. El inciso b) muestra solo los deformímetros colocados durante la construcción del espécimen. Por último el inciso c) muestra el estado último de las barras, se observa que finalmente tuvieron una deformación producto de la falla a cortante.

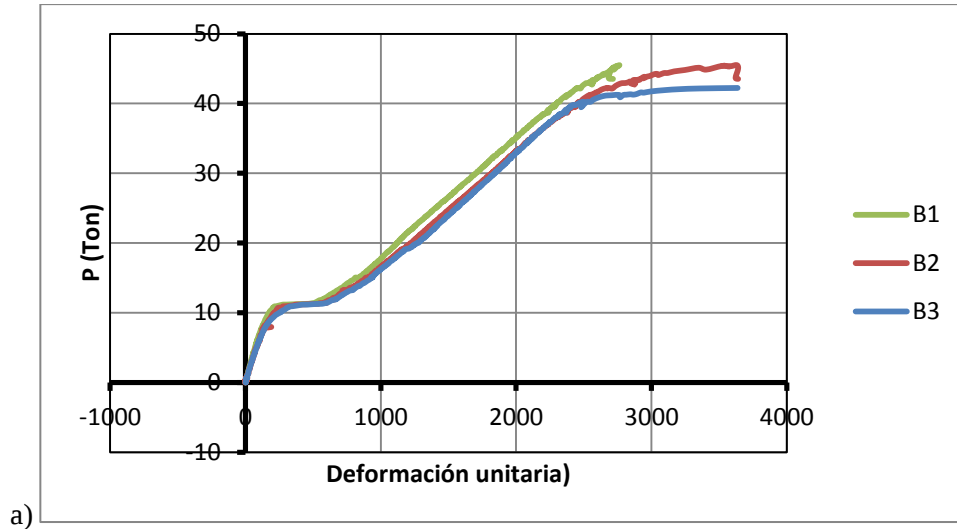


Figura 24 a) Gráfica Deformación Unitaria-Carga VT1, b) Deformímetros B1, B2 y B3 (refuerzo longitudinal en la parte inferior) c) Estado final del refuerzo longitudinal inferior

MODELO 2 VIGA A TORSIÓN (VT2)**Figura 25 Modelo 2 viga a torsión (VT2)**

Se trata de una viga de 20x60 cm de concreto reforzado apoyada simplemente sobre articulaciones tipo rótula con una carga excéntrica (a una distancia de 20 cm del eje longitudinal del elemento) a través de un gato hidráulico con capacidad de 50 ton reaccionando contra el piso del laboratorio (ver Figura 25). Las deformaciones y rotaciones se obtuvieron del procesamiento de datos y apoyados una vez más del diagrama de cuerpo libre mostrado en la Figura 20.

Se inició la prueba aplicando carga al centro de claro con la excentricidad mencionada en el párrafo anterior y como se explicó en el apartado de Aplicación de Cargas (Figura 17). Cabe señalar que primero se le aplicó una carga hasta llegar a un desplazamiento de 4 mm, de descargo y se le indujo nuevamente la fuerza hasta que llegó a su resistencia máxima. A partir de este punto continuó disminuyendo la resistencia del espécimen de la viga y ya no presentó más capacidad de deformación el elemento de concreto.

La carga en donde apareció el primer agrietamiento fue de 6.0 ton y de fluencia de 10.14 ton, el cual se tomó analizando la gráfica carga-desplazamiento ya que ninguno de los deformímetros colocados en las barras inferiores alcanzo la deformación unitaria correspondiente a la fluencia del acero, sin embargo esto no limita a que otra sección de las barras haya sido la que fluyera, por lo que se tomara considerando la curva señalada. La carga máxima fue de 19.1 ton con una deformación de 5.0 mm. Los resultados se resumen en la siguiente tabla. La Figura 26 muestra la curva carga-desplazamiento del espécimen en donde se observa gráficamente el comportamiento que tuvo la viga durante la aplicación de la carga.

Tabla 9 Cargas y desplazamientos experimentales de espécimen VT2

Carga t			Desplazamiento mm		
			Δ_{agr}	Δ_{fy}	$\Delta_{máx}$
P_{agr}	6.0		0.125		
P_{fy}	10.14			0.36	
$P_{máx}$	19.1				5.0

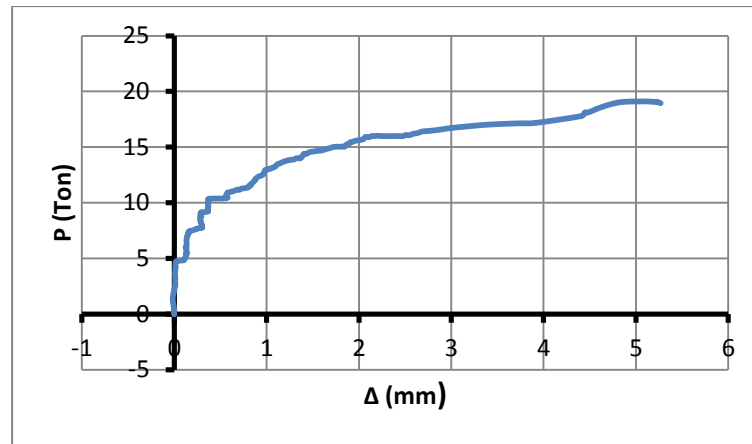


Figura 26 Gráfica Carga-Desplazamiento Modelo VT2

En la Figura 22 se muestra el patrón de agrietamiento siendo las grietas marcadas en color rojo verticales por flexión, que se originaron en la parte superior y las que se muestran por efectos de torsión de forma diagonal. Como se puede ver, las de grietas por torsión finalmente representaron el mecanismo de falla del elemento de concreto, mecanismo que es el que se pretendía cumplir.

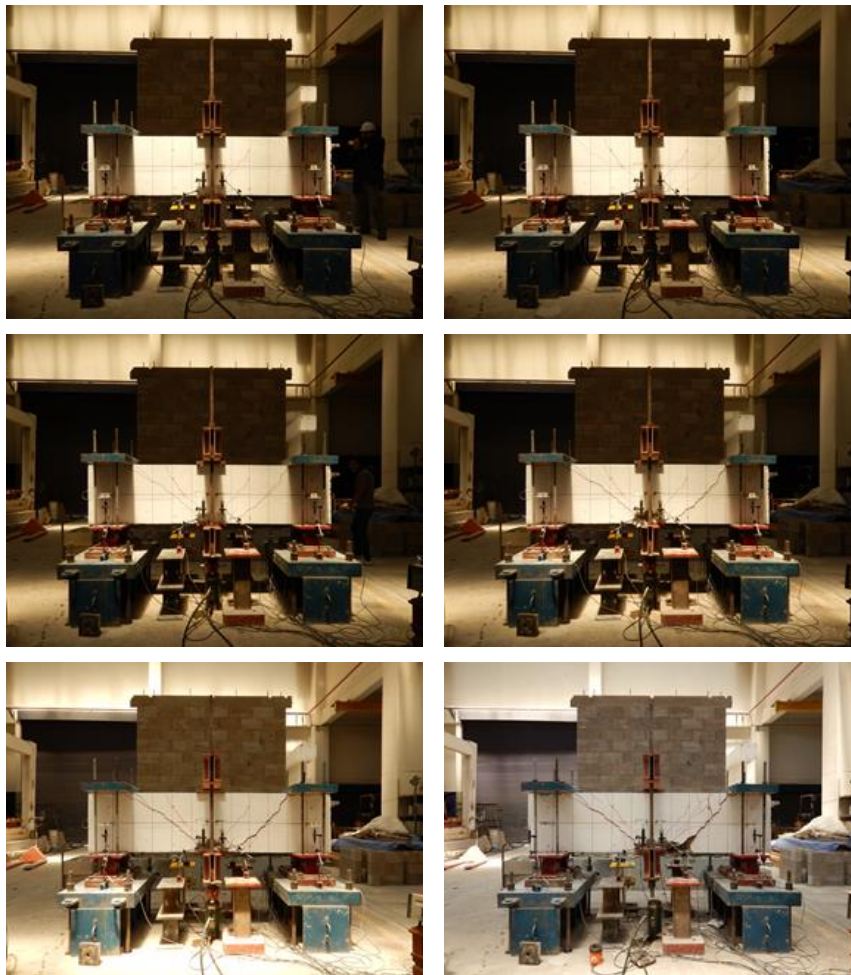


Figura 27 Grietas por torsión en Modelo 2 de viga a torsión (VT2)

El comportamiento de la viga de concreto ante el giro debido a la aplicación de la carga y a la rigidez en los extremos o apoyos se muestra en la Figura 23. Cuando se aplicó la carga máxima de 19.1 ton, que multiplicado por la excentricidad nos da el momento de torsión de la viga, tuvo una rotación fuera de su plano de 3.29° , esto permite corroborar el comportamiento de la viga a cortante además de un comportamiento a torsión debido a la aplicación de la carga con la excentricidad a 20 cm, en comparación con la prueba anterior, tuvo una rotación mayor y de esta manera se logró el mecanismo de falla que se esperaba de este espécimen. En la Tabla 10 se muestran los valores de rotación en el primer agrietamiento, en la fluencia y en la carga máxima.

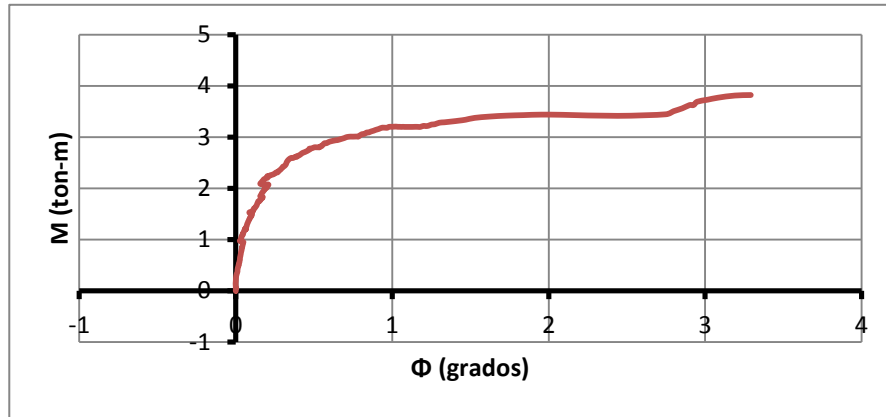


Figura 28 Gráfica Momento-Rotación Modelo VT2

Tabla 10 Momentos de torsión y rotaciones experimentales de espécimen VT2

Momento t-m			Rotación °		
			Φ_{agr}	Φ_{fy}	$\Phi_{máx}$
	M_{agr}	6.0	0.062		
	M_{fy}	10.14		0.2	
	$M_{máx}$	19.1			3.29

El mecanismo de falla se observa en la siguiente figura en donde se puede notar el giro que tuvo en el centro de la viga producto de la aplicación de la carga excéntrica. De la misma manera se puede visualizar que si bien no fue perfecta la restricción al desplazamiento y rotación de los extremos, este fue tan pequeño que se puede despreciar.

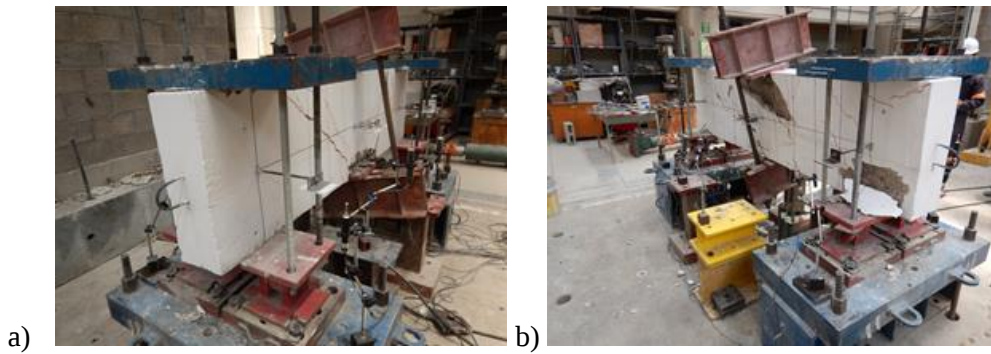


Figura 29 Mecanismo de falla por torsión a) cara este, b) cara oeste, de la viga a torsión (VT2)

En la gráfica de la Figura 30 inciso a) se observa la curva carga-deformación unitaria μ del refuerzo longitudinal a tensión de la viga, como se puede observar las tres barras tuvieron un comportamiento similar, sin embargo la lectura en esa zona de las barras no alcanzó a llegar al valor de 2000, valor correspondiente a la fluencia, no obstante se infiere que las barras fluyeron en otra zona debido al mecanismo de falla de la viga.

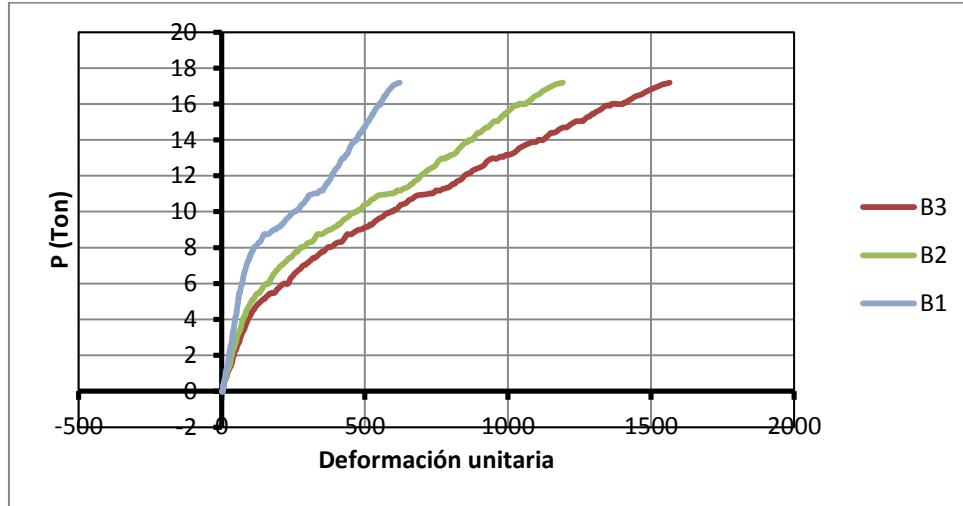


Figura 30 a) Gráfica carga- Deformación Unitaria VT2

Realizando el análisis de los deformímetros colocados en los estribo, se presenta la siguiente tabla, en donde se puede observar las deformaciones que se tomaron en el momento del primer agrietamiento, la fluencia y la resistencia máxima. De los ocho instrumentos que se colocaron solamente uno de ellos el e5, logro desarrollar una lectura mayor a la de la fluencia, es justo el instrumento ubicado en donde se presentó el mayor daño en la viga durante el mecanismo de falla (ver

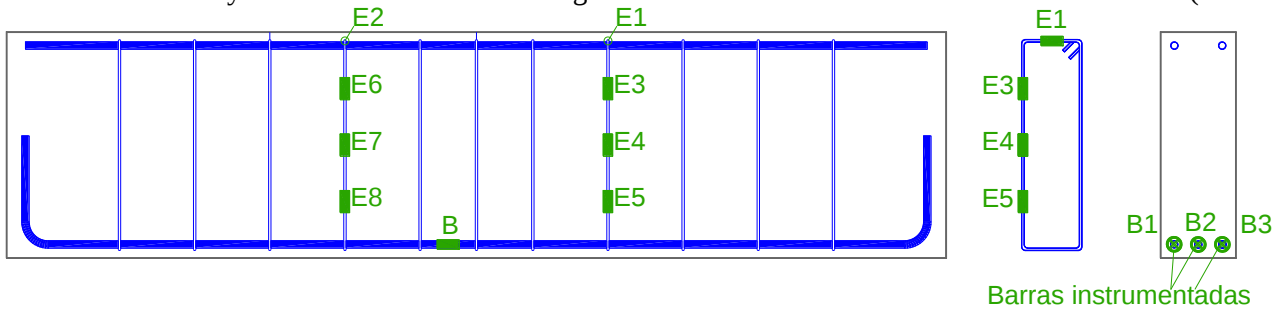


Figura 12 y Figura 27), el cual fluyo cuando se le había aplicado una carga de 17.07 ton.

Tabla 11 Cargas y deformaciones unitarias experimentales en los estribos del espécimen VT2

Carga t	P_{agr}	P_{fy}	$P_{máx}$	$\epsilon 1(\mu)$			$\epsilon 2(\mu)$			$\epsilon 3(\mu)$			$\epsilon 4(\mu)$		
				μ_{agr}	μ_{fy}	$\mu_{máx}$	μ_{agr}	μ_{fy}	$\mu_{máx}$	μ_{agr}	μ_{fy}	$\mu_{máx}$	μ_{agr}	μ_{fy}	$\mu_{máx}$
	6.0	10.14	19.1	3	6	1455	13	26	1306	4	23	1059	12	25	1530

Carga t	P_{agr}	P_{fy}	$P_{máx}$	$\varepsilon 5(\mu)$			$\varepsilon 6(\mu)$			$\varepsilon 7(\mu)$			$\varepsilon 8(\mu)$		
				μ_{agr}	μ_{fy}	$\mu_{máx}$	μ_{agr}	μ_{fy}	$\mu_{máx}$	μ_{agr}	μ_{fy}	$\mu_{máx}$	μ_{agr}	μ_{fy}	$\mu_{máx}$
	6.0	10.14	19.1	17	43	3166	7	18	807	8	34	659	9	7	387

En general, los especímenes de las vigas de concreto ensayadas, superaron las cargas asociadas a sus resistencias nominales debidas al mecanismo de falla esperado por cortante o torsión dependiendo del modelo (ver cálculo de resistencias en apartado de Predicción de Resistencia y Rigidez).

En la Tabla 12 se presenta una comparativa de los resultados de las resistencias nominales de cada uno de ellos y de las cargas máximas a las que fueron ensayados los especímenes.

De acuerdo con la tabla, los especímenes de los dos modelos resistieron una carga mucho mayor a su resistencia nominal y debida al mecanismo de falla especificado. Por ejemplo, la carga máxima $P_{máx}$ que resistió el espécimen VT1 es 2.28 veces mayor a la carga asociada a su resistencia nominal P_N y el mecanismo de falla fue por cortante (ver Figura 22). Mientras que para el espécimen VT2, la carga máxima $P_{máx}$ que resistió es 4.33 veces mayor a la carga asociada a su resistencia nominal P_N y el mecanismo de falla fue por torsión (ver Figura 27).

Tabla 12 Resistencias nominales de especímenes y cargas máximas soportadas

Espécimen	P_N t	$P_{máx}$ t	$P_{máx}/P_N$	Mecanismo de falla
VT1	19.94	45.51	2.28	cortante
VT2	4.41	19.1	4.33	torsión

CONCLUSIONES

Se ensayaron dos vigas de concreto reforzado cuya geometría y refuerzo de acero fue el mismo, fueron diseñadas para trabajar simplemente apoyadas y aplicarles una carga monótona obligando a la primera a presentar un mecanismo de falla a cortante y a la otra a torsión.

Los ensayos tuvieron como objetivo verificar el comportamiento de los especímenes y comparar los resultados experimentales con los teóricos tanto de resistencia de deformación. Dados los resultados de los ensayos realizados para el presente informe se puede concluir lo siguiente:

- Se comprobó con el patrón de grietas y el estado final de las vigas el mecanismo de falla, mismo que se logró cuando alcanzaron su resistencia máxima y que era el esperado tanto para el modelo de falla por cortante como para el de falla por torsión.
- La resistencia máxima de los modelos se alcanzó para cargas mucho mayores que las calculadas con las expresiones usadas para obtener la resistencia a cortante y torsión de vigas de concreto reforzado empleadas en las Normas Técnicas Complementarias para diseño y construcción de estructuras de Concreto (NTC-C 2017).
- Las pruebas presentar en este informe serán comparados con los analizados en informes previos en donde se estudiaron los mismos fenómenos pero con secciones y armados diferentes.

REFERENCIAS

Flores L. (2006), “Catálogo de Características de Gatos, Vigas, Placas y otros elementos del LEG, CENAPRED”, documento interno, Centro Nacional de Prevención de Desastres, México, febrero, 18 pp.

Flores L., López O., y otros (2006), “Guía para la elaboración de proyectos, cotización y presupuesto para estudios de investigación de la subdirección de estructuras y geotecnia”, Documento interno, Centro nacional de Prevención de Desastres, versión del 18 de mayo de 2006, 25 pp.

Flores L.E, Alcocer S.M, Carrillo J., Sánchez A., Uribe R. y Ponce A., (2007), “Ensayo de muros de concreto con diferente relación de aspecto y bajas cuantías de refuerzo, para uso en vivienda”, Memorias del XVI congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, Ixtapa Zihuatanejo, Guerrero, 31 de octubre al 3 de noviembre de 2007.

Galeano C.H., Ramírez D.A. (2003), “Aplicación experimental del método de la analogía de la membrana en la determinación de los esfuerzos generados en la torsión de barras de sección no circular”, Scientia et Technica, n° 21, julio 2003, pp. 65-70.

Gobierno del Distrito Federal (GDF, 2004), “Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, en prensa, 101 pp.

Guzmán H.J., López H., Rodríguez M.A. (2008), “Manual de prácticas para laboratorio de materiales”, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México, abril de 2008, 139 pp.